

### 2025中安专升本《数学》考前三套卷(三)

一、选择题:本题共 12 个小题,每小题 4 分,共 48 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的,把所选项前的字母填在题后的括号内.

1. 当  $x \rightarrow 0$  时,下列函数与  $x$  为同阶无穷小量的是 ( )

- A.  $\sin^2 x$       B.  $\ln(1+x^2)$       C.  $\frac{1-\cos x}{x}$       D.  $e^x - \cos x$

2. 函数  $f(x) = \frac{\sin x}{x^2+x}$  的可去间断点的个数为 ( )

- A. 0      B. 1      C. 2      D. 3

3. 已知  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^{x+1} = \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{a}{x}$ , 则  $a =$  ( )

- A. 1      B.  $-e$       C.  $1 - \frac{1}{e}$       D.  $\frac{1}{e}$

4. 方程  $x^{2025} + 2x - 1 = 0$  在  $(-\infty, +\infty)$  内实根个数为 ( )

- A. 0      B. 1      C. 3      D. 5

5. 设连续函数  $f(x)$  满足  $f(x) = \ln x - \int_1^x f(x)dx$ , 则  $f(x) =$  ( )

- A.  $\ln x - \frac{1}{e}$       B.  $\ln x - e$       C.  $\ln x + e$       D.  $\ln x + \frac{1}{e}$

6. 设函数  $z = \ln(1 + e^{-xy})$ , 则  $dz =$  ( )

- A.  $\frac{1}{1+e^{-xy}}(ydx - xdy)$       B.  $\frac{1}{1+e^{-xy}}(xdx - ydy)$   
 C.  $-\frac{1}{1+e^{-xy}}(ydx + xdy)$       D.  $\frac{1}{1+e^{-xy}}(ydx + xdy)$

7. 把积分  $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{x-x^2}} f(x,y)dy$  化为极坐标形式为 ( )

- A.  $\int_0^\pi d\theta \int_0^1 f(r \cos \theta, r \sin \theta) r dr$       B.  $\int_0^\pi d\theta \int_0^{\cos \theta} r f(r \cos \theta, r \sin \theta) dr$   
 C.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{\sin \theta} f(r \cos \theta, r \sin \theta) r dr$       D.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{\cos \theta} f(r \cos \theta, r \sin \theta) r dr$

8. 设  $f(x) = \begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & a \end{vmatrix}$ , 其中  $a$  为常数, 方程  $f(x) = 0$  有实根, 则  $a$  的取值范围是 ( )

- A.  $a \leq -3$       B.  $a \geq 1$       C.  $a \leq -3$  或  $a \geq 1$       (D)  $-3 \leq a \leq 1$

9. 设  $A$  为 3 阶矩阵,  $A^*$  为  $A$  的伴随矩阵, 且  $A$  的行列式  $|A| = 2$ , 则  $|3A^{-1} - 2A^*| =$  ( )

- A.  $-\frac{1}{4}$       B.  $-\frac{1}{2}$       C.  $-2$       D.  $-4$

10. 设方程组  $\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 1, \\ 2x_1 - 6x_2 - kx_3 = 1, \\ x_1 - 7x_3 = k \end{cases}$  有无穷多组解, 则  $k =$  ( )

- A. 0      B.  $-1$       C. 1      D. 2

11. 设  $X \sim B(3, p)$ , 且  $P\{X \geq 1\} = \frac{19}{27}$ , 则  $X$  数学期望与方差分别为 ( )

- A.  $2, \frac{2}{3}$       B.  $2, \frac{4}{9}$       C.  $1, \frac{2}{3}$       D.  $1, \frac{2}{9}$

12. 设  $X_1 \sim N(0, 1), X_2 \sim N(1, 2^2), P_j = P\{-1 \leq X_j \leq 1\} (j=1, 2)$ , 则 ( )

- A.  $P_1 > P_2$       B.  $P_1 < P_2$       C.  $P_1 = P_2$       D. 无法判断.

二、填空题:本大题共 6 个小题,每小题 4 分,共 24 分.把答案填在题中横线上.

13. 曲线  $y = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$  在拐点处的切线方程为\_\_\_\_\_.

14.  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{x^{2025}}{1+\cos x} + |\sin x|\right) dx =$ \_\_\_\_\_.

15. 设  $f(x) = \int_0^x e^{t^2} dt - \frac{1}{2}e^{x^2}$ , 则  $f(x)$  的极值点为\_\_\_\_\_.

16. 设向量组  $\alpha = (1, 0, 1)^T, \beta = (1, k, -5)^T, \gamma = (0, 1, -3)^T$  线性相关, 则  $k =$ \_\_\_\_\_.

17. 袋中有 8 个新球和 2 个旧球, 每次取一个, 取后不放回, 则第一次取出的是旧球, 第二次取出的是新球的概率  $p =$ \_\_\_\_\_.

18. 设  $A, B$  为随机事件, 且  $P(A) = 0.4, P(\bar{B}) = 0.6, P(B|A) = 0.5$ , 则  $P(A|B) =$ \_\_\_\_\_.

三、解答题:本大题共 7 个小题,其中第 19-21 小题每题 10 分,第 22-25 小题每题 12 分,共 78 分.

19. 求  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+x}{\tan x} - \frac{1}{x}\right)$ .

20. 计算不定积分  $\int \ln(1+\sqrt{x})dx$ .

21. 设函数  $z = (x-y)\ln\frac{x}{y}$ , 证明  $x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y} = z$ .

22. 作曲线  $y = \ln x$  在点  $(e, 1)$  处的切线, 该切线与曲线  $y = \ln x$  及  $x$  轴围成的平面图形为  $D$ .

(1) 求该切线方程及  $D$  的面积;

(2) 求  $D$  绕  $y$  轴旋转一周所得旋转体的体积  $V$ .

23. 证明: 当  $0 < x < \frac{\pi}{2}$  时,  $2 < (\pi - 2x)\cos x + 2\sin x < \pi$ .

24. 已知矩阵  $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ , 且  $B + 2A = AB$ , 求矩阵  $B$ .

25. 设连续型随机变量  $X$  的分布函数为  $F(x) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{x^2}, & 1 \leq x < +\infty, \\ 0, & x < 1. \end{cases}$

(1) 求  $X$  的概率密度  $f(x)$ ; (2) 求概率  $P\{X > E(X)\}$ .